

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО
АСТРОНОМИЯ

VII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

III кръг
2 април 2004 г.

Ученици 11-12 клас

Задача 1: Извънземно същество във вид на космически облак от междузвездно вещество с диаметър 50 AU посещава Слънчевата система. Поради поглъщането на светлината в облака, за земния наблюдател видимата звездна величина на Слънцето се увеличава с 1^m . Ще може ли планетата Юпитер да се вижда с невъоръжено око? Считайте, че Юпитер е в опозиция и че състоянието на облака не се променя от въздействието на Слънцето.

Решение: Нека с E и E_1 означим осветеностите, които Слънцето създава на земната повърхност без присъствието на облака и при неговото присъствие. Съгласно формулата на Погсон, щом при пристигането на облака звездната величина на Слънцето се е повишила с 1^m , то $E / E_1 = 2.512$. Когато светлината изминава през облака път, равен на разстоянието от Слънцето до Земята, тя отслабва 2.512 пъти. Юпитер свети с отразена от Слънцето светлина. Поради поглъщането на светлината от веществото на облака, до Юпитер ще достига по-слаба слънчева светлина. Тя ще изминава път през облака, равен на 5.2 AU, и следователно ще отслабва $2.512^{5.2}$ пъти. За да оценим дали ще бъде възможно да виждаме Юпитер с невъоръжено око, да приемем, че наблюдаваме планетата в най-благоприятна за видимостта ѝ ситуация – когато Юпитер е в опозиция. Докато дойде при нас на Земята, отразената от Юпитер светлина ще измине разстояние $5.2 - 1 = 4.2$ AU и ще отслабне още $2.512^{4.2}$ пъти. Оттук пресмятаме, че видимият блясък на Юпитер ще отслабне общо $2.512^{5.2} \times 2.512^{4.2} = 2.512^{9.4}$ пъти. Нека E' и E_1' са осветеностите, които Юпитер е създавал на Земята преди и след пристигането на облака. Тогава $E' / E_1' = 2.512^{9.4}$ и това означава, че видимата звездна величина на Юпитер ще се увеличи с $9^m.4$. При нормални условия (без присъствието на облака) в опозиция звездната величина на Юпитер може да се доближи до -3^m , следователно при поглъщането на светлината от облака тя ще надвиши 6^m и Юпитер много трудно би могъл да се вижда с невъоръжено око.

Задача 2: От една точка на земния екватор, точно когато Слънцето изгрява на изток, излитат два самолета. Първият лети на запад, вторият на изток. Самолетите се движат с еднаква скорост, като летят само през деня. Самолетът, летящ на запад, пристига в изходната точка, точно когато Слънцето за него за първи път залязва. С каква скорост се движат самолетите? След колко часа всеки от самолетите ще пристигне в изходната точка?

Решение: Виж решението на задача 2 за IX-X клас.

Задача 3: В пустинно царство на екватора живял цар. Вражеска войска завладяла царството, а царят бил хвърлен в дълбок кладенец. В края на първата нощ той видял през кладенеца любимата си звезда Садалмалик (α Водолей, “щастливата звезда на царя”). В същия миг му се явил добрият дух и му казал, че ще бъде спасен, след като види Садалмалик в 333 нощи. После изчезнал в прашна вихрушка, от която обаче се събудил дремещият наблизил зъл дух. Кихайки ядосано, той казал на царя, че няма да издържи в кладенеца повече от 555 дни. Отначало царят не се разтревожил от това, но изведнъж при него се прокраднал духът на съмнението, който останал в кладенеца и не му давал покой. Как мислите, щастлива ли се е оказала за царя звездата Садалмалик?

Решение: Виж решението на задача 3 за VII-VIII клас.

Задача 4: Глобулите са съгъстявания от междузвездна материя, на които предстои да се превърнат в звезди. Характерната плътност на веществото в тях е 10^{-16} kg/m^3 . Оценете времето, за което една глобула се превръща в звезда. Отчитайте само гравитационното взаимодействие между частиците.

Решение: Да си представим глобула със сферична форма и радиус R . Тъй като можем да не отчитаме други взаимодействия между съставлящите я частици, освен гравитационното, то времето за образуване на звезда от глобулата може да се оцени, като се пресметне времето t за свободно падане на най-отдалечените частици от глобулата до нейния център. Понеже новообразуваната звезда има размер, много по-малък от първоначалния размер на глобулата, ние го пренебрегваме и считаме звездата за точка. Върху една най-външна периферна частица от глобулата всичкото останало вещество действа със сила на привличане, равна на силата, с която това вещество би действало на частицата, ако цялото беше съсредоточено в центъра на глобулата. Времето t за свободно падане на такава частица до центъра можем да пресметнем, като си представим, че частицата се движи около този център по много силно сплесната елипса с голяма полуос a , равна на половината от разстоянието r между частицата и центъра, и малка полуос, практически равна на нула. Орбиталният период T на частицата по такава траектория можем да намерим с помощта на III закон на Кеплер:

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

където G е гравитационната константа, а M е масата на глобулата.

$$M = \frac{4}{3} \rho \pi R^3$$

Тук ρ е плътността на веществото в глобулата. Като имаме предвид, че $a = R/2$, а търсеното време $t = T/2$, окончателно получаваме:

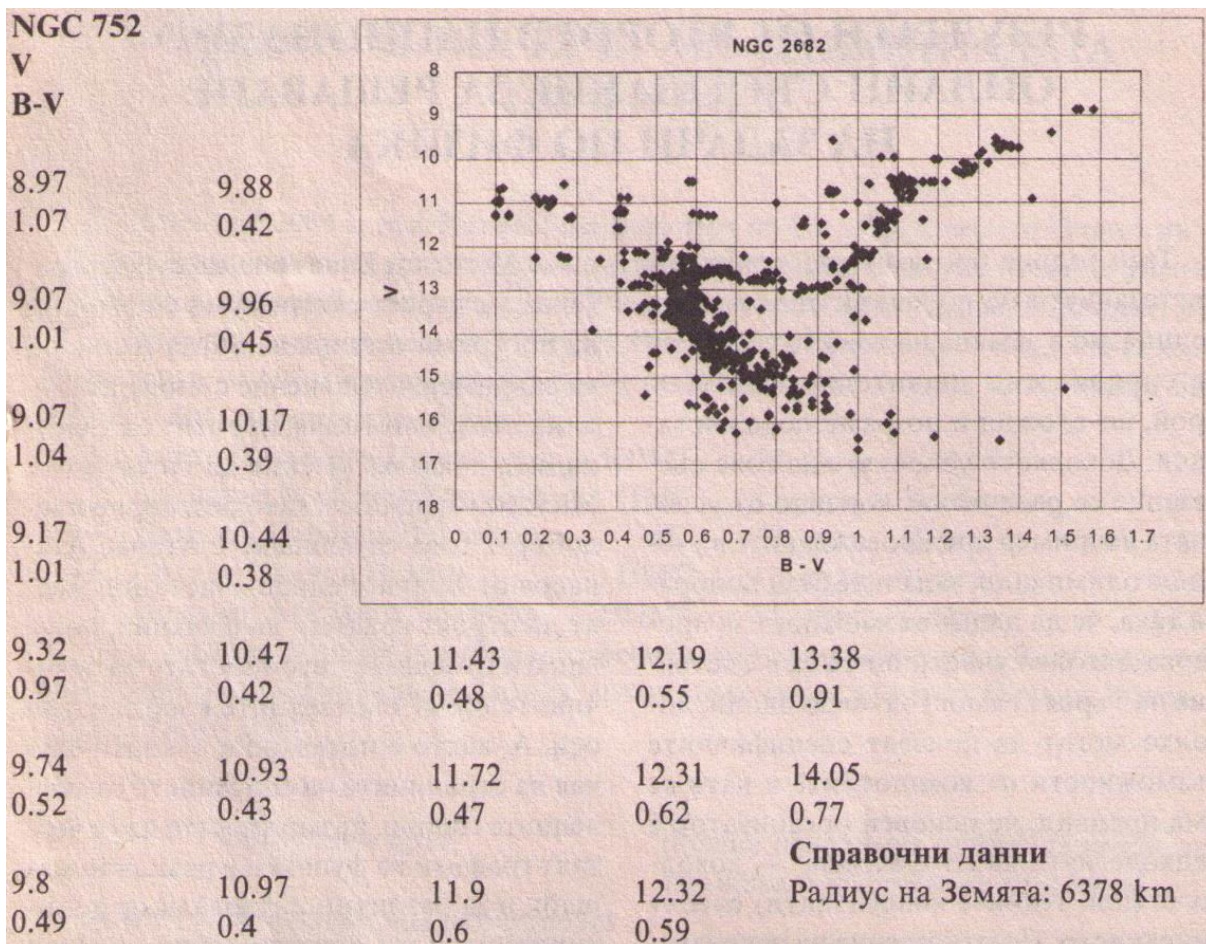
$$t = \sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho}}$$

$$t \approx 200000 \text{ години}$$

Задача 5: Дадена ви е диаграмата “цветен индекс (B – V) - видима звездна величина V” на разсеяния звезден куп NGC 2682. Дадена ви е и таблица с цветните индекси (B – V) и видимите звездни величини V на разсеяния куп NGC 752. Постройте на прозрачната милиметрова хартия диаграмата на Херцшпрунг-Ръсел за NGC 752 в същия мащаб, в който е и диаграмата на NGC 2682.

- Ако двата звездни купа NGC 752 и NGC 2682 се намират от нас на разстояния съответно 457 pc и 908 pc, то кой от двата купа е по-млад и защо?
- Нека сега не ви е известно разстоянието до NGC 752. Имайки предвид, че NGC 2682 се намира на 908 pc от нас, определете на какво разстояние се намира NGC 752, като използвате диаграмите на двата купа. Обяснете вашето решение.

Упътване: Цветните индекси са функция на температурата и следователно на спектрите на звездите.



Решение: Построяваме диаграмата за NGC 752, като означаваме точките с кръстчета, за да де различават по-ясно, когато напасваме двете диаграми.

Как следва да тълкуваме двете графики? Още в условието е споменато, че това са по същество диаграми на Херцшпрунг-Ръсел. Това наистина е така, защото звездите от един звезден куп се намират практически на еднакво разстояние от нас. Единствено по ординатата вместо абсолютни звездни величини са дадени видимите звездни величини на звездите. Разликите между абсолютните и видимите звездни величини са еднакви за всички звезди от даден куп, т.е. тази разлика не влияе върху формата на диаграмата. Разбира се, за купове на различни разстояния от нас отместването по звездни величини е различно. Да пресметнем относителното отместване на звездните величини на двата купа. За звезда с абсолютна звездна величина M можем да запишем:

$$M = m_1 + 5 - 5 \lg r_1$$

за единия куп, където r_1 е разстоянието до купа, а m_1 е звездната величина на звездата. За втория куп:

$$M = m_2 + 5 - 5 \lg r_2$$

Изваждаме равенствата и получаваме:

$$\Delta m = m_2 - m_1 = 5 \lg r_2 / r_1 \quad (1)$$

Нека 1 е по-близкият куп, т.е. NGC 752, а 2 е по-далечният NGC 2682. Тогава получаваме $\Delta V = \Delta m = 1.49^m$. Ясно е, че за да ги наложим правилно диаграмите една върху друга, би трябвало да отместим диаграмата на NGC 752 с ΔV надолу по оста V , към по-слабите звезди на купа NGC 2682. По-интересно е, обаче, интерпретирането на формата на диаграмите. На тях ясно се вижда, особено при NGC 2682, богато населен със звезди участък долу и вляво, където се разполагат звездите от главната последователност. В горната част този участък постепенно се закривява надясно, към по-червените звезди. Там звездите вече напускат главната последователност и се отправят към областта на червените гиганти. Времето за еволюция на звездите на тези участъци е по-кратко и затова в много купове, бедни на

звезди, там има дори полета изцяло лишени от звезди на съответния етап от еволюцията. Първи към областта на червените гиганти се отправят най-масивните звезди. Те имат най-кратко време на живот върху главната последователност. След това по-малко масивните и т.н. Съществува ясна правопрпорционална зависимост между масата на звездите и тяхната светимост. Затова ако приведем звездните величини на звездите от един звезден куп към звездните величини на звездите от друг звезден куп, ще можем да сравняваме възрастите на звездните купове по това дали относително по-ярки или по-слаби звезди вече напускат главната последователност.

В конкретния случай, след съвместяване на двете диаграми с отместване 1.49^m по оста V , виждаме, че звезди от NGC 752 започват да се отделят от главната последователност доста по-високо (при по-ярките звезди), отколкото звездите от купа NGC 2682. Оттук правим извода, че това се случва на много по-масивни звезди, отколкото при втория куп. Следователно NGC 752 е съществено по-млад звезден куп от NGC 2682.

Ако не разполагаме с разстоянието до един от куповете, трябва да опитаме да съвместим главните последователности на двата купа, като придвижваме диаграмите една спрямо друга само по оста V . След съвместяването отчитаме отместването по оста V и по обратен път от формула (1) получаваме търсеното разстояние.

Съвместяването на диаграмите дава резултат $\Delta V = 1.5^m$. От формула (1) следва:

$$\lg r_1 = \lg r_2 - 0.2\Delta V$$

$$r_1 = 455 \text{ pc}$$

Това е една отлична оценка за разстоянието до NGC 752.

Справочни данни:

Радиус на Земята 6378 km

Радиус на орбитата на Юпитер 5.2 AU

Гравитационна константа $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg.s}^2$